**56. Критерий Вилкосона.**

Непараметрический статистический критерий, используемый для проверки различий между двумя выборками парных или независимых измерений по уровню какого-либо количественного признака, измеренного в непрерывной или в порядковой шкале. Критерий предназначен для сопоставления показателей, измеренных в двух разных условиях на одной и той же выборке испытуемых. Он позволяет установить не только направленность изменений, но и их выраженность, то есть способен определить, является ли сдвиг показателей в одном направлении более интенсивным, чем в другом.

**55. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий.**

Пусть имеются две нормально распределенные совокупности, дисперсии которых равны https://konspekta.net/studopediaorg/baza13/101061087852.files/image1374.gif . Необходимо проверить нулевую гипотезу о равенстве дисперсий, т.е. Н0: https://konspekta.net/studopediaorg/baza13/101061087852.files/image1376.gif .

Для проверки гипотезы Н0из этих совокупностей взяты две независимые выборки объемов https://konspekta.net/studopediaorg/baza13/101061087852.files/image1378.gif . Для оценки дисперсий используются исправленные выборочные дисперсии https://konspekta.net/studopediaorg/baza13/101061087852.files/image1380.gif .

**Правило 1***.* Для того, чтобы при заданном уровне значимости α проверить нулевую гипотезу https://konspekta.net/studopediaorg/baza13/101061087852.files/image1382.gif о равенстве генеральных дисперсий нормальных совокупностей при конкурирующей гипотезе https://konspekta.net/studopediaorg/baza13/101061087852.files/image1384.gif , надо вычислить наблюдаемое значение критерия – отношение большей исправленной дисперсии к меньшей:

https://konspekta.net/studopediaorg/baza13/101061087852.files/image1386.gif

Далее необходимо найти критическую точку Fкр(a; *k*1; *k*2), где a – уровень значимости,   
*k*1=*n*1 – 1, *k*2=*n*2 – 1(*k*1 и *k*2 – числа степеней свободы).

Если Fнабл < Fкр, то нет оснований отвергать нулевую гипотезу.

Если Fнабл > Fкр, то нулевую гипотезу отвергают.

**Правило 2***.* При конкурирующей гипотезе https://konspekta.net/studopediaorg/baza13/101061087852.files/image1388.gif ищут критическую точку Fкр(a/2; *k*1; *k*2).

Если Fнабл < Fкр, то нет оснований отвергать нулевую гипотезу.

Если Fнабл > Fкр, то нулевую гипотезу отвергают.

Fкр ищут по таблицам распределения Фишера-Снедекора.

**54. Применение t-критерия для сравнения двух средних**

 Для сравнения средних величин t-критерий Стьюдента рассчитывается по следующей формуле:

http://medstatistic.ru/theory/formula_student.png

где **М1** - средняя арифметическая первой сравниваемой совокупности (группы), **М2** - средняя арифметическая второй сравниваемой совокупности (группы), **m1** - средняя ошибка первой средней арифметической, **m2** - средняя ошибка второй средней арифметической

Полученное значение t-критерия Стьюдента необходимо правильно интерпретировать. Для этого нам необходимо знать количество исследуемых в каждой группе (n1 и n2). Находим число степеней свободы **f** по следующей формуле:

*f = (n1 + n2) - 2*

После этого определяем критическое значение t-критерия Стьюдента для требуемого уровня значимости (например, p=0,05) и при данном числе степеней свободы **f** по таблице (*см. ниже*).

**Сравниваем критическое и рассчитанное значения критерия:**

* Если рассчитанное значение t-критерия Стьюдента *равно или больше*критического, найденного по таблице, делаем вывод о статистической значимости различий между сравниваемыми величинами.
* Если значение рассчитанного t-критерия Стьюдента *меньше*табличного, значит различия сравниваемых величин статистически не значимы.

**53. Гипотеза об отсутствии корреляционной зависимости**

В случае отсутствия корреляционной зависимости можно утверждать, что изменение в среднем одной величины не повлечет за собой изменения в среднем другой. Если***у*** - некоторая величина, которую требуется оптимизировать, *ах-* одна из переменных управления, то, установив отсутствие корреляционной связи между***у****их,* можно исключить***х*** из числа варьируемых факторов. Тем самым облегчается процесс оптимизации.

Близость коэффициента корреляции *r* к нулю говорит о слабой корреляционной зависимости между случайными величинами. Однако, как всякий статистический параметр, коэффициент корреляции, полученный выборочным данным, является лишь оценкой теоретического коэффициента корреляции ***р***. Значение***р*** можно получить, устремив число ***п*** пар случайных величин к бесконечности. Так как исследователь всегда имеет ряд с ограниченным числом ***п****,* выборочный коэффициент корреляции ***r***является случайной величиной. Эта случайная величина с определенной вероятностью отклоняется на некоторое значение от истинного коэффициента корреляции***р****.* Поэтому, получив значение ***r****,* близкое к нулю (например 0,2), исследователь должен решить, является ли для данного числа ***п*** пар случайных величин и данного уровня значимости ***q***отклонение коэффициента ***r****от 0* существенным (значимым) или это отклонение обусловлено случайными причинами.

Для ответа на вопрос, будет ли найденное значение коэффициента ***r*** указывать на какую-либо корреляцию между случайными величинами, применяется ***t***-распределение Стьюдента.

Сначала мы делаем предположение (выдвигаем гипотезу), что случайные величины ***у***и *х* являются некоррелированными. Затем по формуле (9.3) находим значение ***tрасч***:

https://studfiles.net/html/2706/1276/html_N3rB17XjfX.xf5g/img-ctQ9cn.png(9.3)

Если полученное по формуле (9.3) значение ***tрасч*** будет превосходить найденное из табл. 2 **Приложения**для данного числа степеней свободы ***f= п - 2*** и уровня значимости ***q****,*то сделанное предположение о некоррелированности случайных величии является необоснованным.Теснота (сила) линейной связи между случайными величинами определяется абсолютной величиной коэффициента корреляции:

• | r | = 1 – величины связаны линейной функциональной зависимостью;

• 0,95 ≤ | r | < 1 – связь очень сильная, практически функциональная;

• 0,75 ≤ | r | < 0,95 – связь тесная (сильная);

• 0,5 ≤ | r | < 0,75 – связь средняя (умеренная);

• 0,2 ≤ | r | < 0,5 – связь слабая;

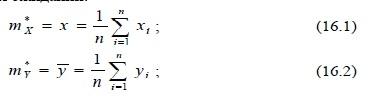
• 0 ≤ | r | < 0,2 – практически нет связи.

Коэффициент корреляции связан с корреляционным отношением следующим образом: 0 ≤ | r | ≤ η ≤ 1. , η – корреляционное отношение.

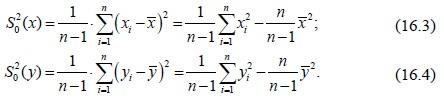
**52. Статистическая обработка двумерных случайных величин. Оценки корреляционного момента и коэффициента корреляции.**

Пусть проводится *n*независимых опытов, в каждом из которых двухмерная случайная величина (*Х,У*) принимает определенные значения и результаты опытов представляют собой двухмерную выборку вида {(*х1, у1), (х2,у2),…,(хn, уn*)}. Статистическая обработка опытных данных включает в себя обработку и анализ составляющих *Х*и *У*, как одномерных величин, и вычисление оценок и анализ параметров, присущих только двухмерным (многомерным) случайным величинам. Как правило, определяются следующие оценки числовых характеристик случайной величины (*Х,У*):

**оценки математических ожиданий:**



**оценки дисперсии:**



***Оценка корреляционного момента.***Состоятельная несмещенная *оценка*

*корреляционного момента*равна

https://studfiles.net/html/1549/349/html_sEBhldnWEz.uRJl/img-jNXhzG.jpg

где *xi*, *yi*– значения, которые приняли случайные величины *X*, *Y*в *i*-м опыте;

*x*, *y*– средние значения случайных величин *X*и *Y*соответственно.

***Оценка коэффициента корреляции.***Состоятельная *оценка*

*коэффициента корреляции*равна

https://studfiles.net/html/1549/349/html_sEBhldnWEz.uRJl/img-2dHU8Q.jpg

где *S*0 (*x*),*S*0( *y*) – оценки среднеквадратического отклонения случайных

величин *X*и *Y*соответственно.

**51. Критерий согласия Колмогорова.**

В качестве меры расхождения принимается величина, пропорциональная максимуму абсолютной величины отклонений функций распределения предполагаемого теоретического закона и эмпирической функции распределения

http://ok-t.ru/studopediaru/baza8/287098573375.files/image783.gif

где - *F\*(x)*– эмпирическая функция распределения,

*F(x)*- теоретическая функция распределения.

*Алгоритм применения критерия Колмогорова*:

1. Исходя из известных значений эмпирических частот попадания в i-тый интервал, выдвигают нулевую гипотезу о предполагаемом законе распределения случайной величины *X* и находят его параметры.

2. В результате n независимых наблюдений строится F\*(x) - эмпирическая функция распределения непрерывной случайной величины Х. По рассчитанным параметрам строится предполагаемая теоретическая функция распределения F(х).

3. Определяется мера расхождения между теоретическими и эмпирическими значениями функции распределения:

http://ok-t.ru/studopediaru/baza8/287098573375.files/image785.gif .

4. На заданном уровне значимости http://ok-t.ru/studopediaru/baza8/287098573375.files/image263.gif по таблице распределения критических значений для критерия Колмогорова находят критическое значение http://ok-t.ru/studopediaru/baza8/287098573375.files/image787.gif из таблицы

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| http://ok-t.ru/studopediaru/baza8/287098573375.files/image263.gif | 0.1 | 0.05 | 0.025 | 0.01 | 0.005 | 0.001 |
| http://ok-t.ru/studopediaru/baza8/287098573375.files/image787.gif | 1.22 | 1.36 | 1.48 | 1.63 | 1.73 | 1.95 |

5. Если http://ok-t.ru/studopediaru/baza8/287098573375.files/image790.gif – принимается нулевая гипотеза (теоретический закон распределения не противоречит эмпирическим данным). Если http://ok-t.ru/studopediaru/baza8/287098573375.files/image792.gif – нулевую гипотезу отвергают.

**50. Критерий согласия Пирсона.**

Критерий Пирсона, или критерий χ2(Хи-квадрат) - применяют для проверки гипотезы о соответствии эмпирического распределения предполагаемому теоретическому распределению *F*(*x*) при большом объеме выборки (*n*≥ 100). Критерий применим для любых видов функции *F*(*x*), даже при неизвестных значениях их параметров, что обычно имеет место при анализе результатов механических испытаний. В этом заключается его универсальность.

Использование критерия χ2 предусматривает разбиение размаха варьирования выборки на интервалы и определения числа наблюдений (частоты) для каждого из интервалов. Для удобства оценок параметров распределения интервалы выбирают одинаковой длины. Число интервалов зависит от объема выборки.

Недостатком критерия согласия Пирсона является потеря части первоначальной информации, связанная с необходимостью группировки результатов наблюдений в интервалы и объединения отдельных интервалов с малым числом наблюдений. В связи с этим рекомендуется дополнять проверку соответствия распределений по критерию χ2 другими критериями. Особенно это необходимо при сравнительно малом объеме выборки (*n* ≈ 100).

**Статистика критерия**

Для проверки критерия вводится статистика:



Где:

* . Предполагаемая вероятность попадания в *i*-й интервал;
* http://help.prognoz.com/ru/mergedProjects/Lib/img/chi_4.gif. Соответствующее эмпирическое значение; Piemp=Pi\*
* *ni*. Число элементов выборки из *i*-го интервала.

Эта величина в свою очередь является случайной (в силу случайности *X*) и должна подчиняться распределению χ2.

**49. Статистическая гипотеза. Статистический критерий. Область принятия гипотезы**

*Гипотеза* - это предположение о некоторых свойствах изучаемых явлений. Под *статистической гипотезой* понимают всякое высказывание о генеральной совокупности, которое можно проверить статистически, то есть опираясь на результаты наблюдений в случайной выборке. Рассматривают два вида статистических гипотез: гипотезы *о законах распределения* генеральной совокупности и гипотезы *о параметрах* известных распределений.

Так, гипотеза о том, что затраты времени на сборку узла машины в группе механических цехов, выпускающих продукцию одного наименования и имеющих примерно одинаковые технико-экономические условия производства, распределяются по нормальному закону, является гипотезой о законе распределения. А гипотеза о том, что производительность труда рабочих в двух бригадах, выполняющих одну и ту же работу в одинаковых условиях, не различается (при этом производительность труда рабочих каждой бригады имеет нормальный закон распределения), является гипотезой о параметрах распределения.

При проверке статистической гипотезы пользуются специально составленной случайной величиной, называемой *статистическим критерием*(или*статистикой*). Принимаемое заключение о правильности (или неправильности) гипотезы основывается на изучении распределения этой случайной величины по данным выборки. Поэтому статистическая проверка гипотез имеет вероятностный характер: всегда существует риск допустить ошибку при принятии (отклонении) гипотезы. При этом возможны ошибки двух родов.

*Ошибка первого рода* состоит в том, что будет отвергнута нулевая гипотеза, хотя на самом деле она верна.

*Ошибка второго рода* состоит в том, что будет принята нулевая гипотеза, хотя в действительности верна конкурирующая.

*Областью принятия гипотезы* (областью допустимых значений) называют совокупность значений критерия, при которых гипотезу принимают.

Основной принцип проверки статистических гипотез можно сформулировать так: если наблюдаемое значение критерия принадлежит критической области – гипотезу отвергают, если области принятия гипотезы – гипотезу принимают.

Этапы проверки статистической гипотезы:

1) Формулируется нулевая гипотеза  ;

2) Определяется критерий K, по значениям которого можно будет принять или отвергнуть  и выбирается уровень значимости  ;

3) По уровню значимости определяется критическая область;

4) По выборке вычисляется значение критерия K, определяется, принадлежит ли оно критической области и на основании этого принимается.

**48. Доверительный интервал для дисперсии.**

***Доверительным*** называется интервал *Iγ*, в который с заданной вероятностью (надежностью) *γ* попадают значения параметра Θ. Вероятность *γ* выбирается близкой к 1: 0,9; 0,95; 0,975; 0,99. При определении интервальных оценок параметров выборки делают предположение на основании центральной предельной теоремы, что выборка имеет нормальное распределение, если объем ее *n*≥20.

Интервал *Iγ*, для дисперсии случайной величины *X* с надежностью *γ* имеет вид

, (7)

Где  и  - значения, взятые из таблицы распределения χ2.

**47. Доверительный интервал для математического ожидания.**

Доверительный интервал с надежностью *γ* для математического ожидания имеет вид

 (6)

*tγ,n-*1 – табличное критическое значение распределения Стьюдента *t*-критерий Стьюдента.

**46. Интервальные оценки числовых характеристик**

***Интервальной оценкой*** (доверительным интервалом) для оценки некоторого параметра q (тэта), например http://ok-t.ru/studopediaru/baza11/773775540394.files/image226.gif , называется интервал, в котором с заранее заданной вероятностью Р=1-a содержится оцениваемый параметр.

Доверительный интервал с надежностью *γ* для математического ожидания имеет вид

 (6)

*tγ,n-*1 – табличное критическое значение распределения Стьюдента *t*-критерий Стьюдента.

Интервал *Iγ*, для дисперсии случайной величины *X* с надежностью *γ* имеет вид

, (7)

Где  и  - значения, взятые из таблицы распределения χ2.